

# Matematický model systému Multi Tank

## Identifikace parametrů matematického modelu

Pokyny pro laboratorní práci, zpracování výsledků  
a tvorbu technické zprávy

doc. Ing. František Dušek, CSc.



# Matematický model systému Multi Tank

## Identifikace parametrů matematického modelu

### Hlavní úkol

Nalezení parametrů matematického modelu z experimentálně změřených dat v prostředí MATLAB.

### Doba nutná k vyřešení

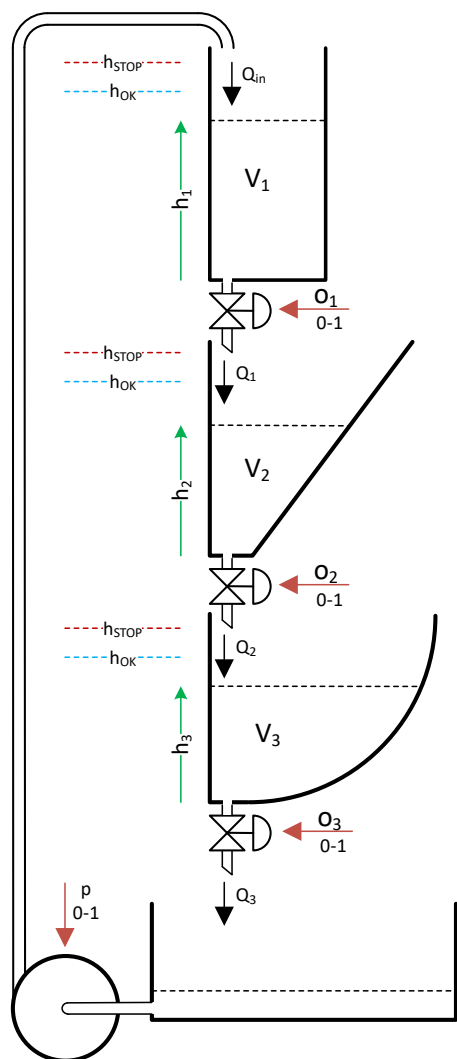
0.5 hodiny příprava, 3.5 hodiny práce v laboratoři, 1 hodina na zpracování výsledků a vytvoření protokolu

## 1 Zadání

### Úkoly:

1. Seznamte se se zařízením – prostudujte popis zařízení Multi Tank (Kap. 2.1) – 5 min.  
*co lze měřit, co lze ovládat ručně, co lze ovládat z PC, jak funguje ochrana proti přetečení, jak se zařízení zapne a připojí k PC*
2. Seznamte se s nástroji, které máte k dispozici pro měření a ovládání (Kap. 2.2) – 10 min.  
*funkce `tank_usb2_get.mexw64`, `tank_usb2_set.mexw64` a aplikace k ovládání a monitorování stavu zařízení `MT43.m1app`*
3. Seznamte se s řešeným problémem – prostudujte teoretickou část úlohy (Kap. 3) – 15 min.  
*matematický model nádrží (Kap. 3.1), charakteristika čerpadla (Kap. 3.2) a charakteristika ventilu (Kap. 3.3)*
4. Určení neznámých parametrů (Kap. 4)
  - a. Určete parametry přepočtů měřené frekvence na výšku hladiny (Kap. 4.1) – 30 minut  
*změřte frekvence a odečtěte výšky hladiny v 5 bodech v pracovním rozsahu 5 cm až 20 cm a metodou minimálních čtverců určete parametry lineární závislosti výšky hladiny na měřené frekvenci*
  - b. Určete charakteristiky čerpadla (Kap. 4.2) – 60 minut  
*změřte dobu změny výšky hladiny v první nádrži z výšky cca 5 cm na cca 20 cm pro šest hodnot ovládacího signálu a metodou nejmenších čtverců určete parametry kvadratické závislosti průtoku na hodnotě ovládacího signálu. Měření doby změny proveďte formou skriptu.*
  - c. Určete charakteristiky ventilů (Kap. 4.3) – 120 minut  
*změřte dobou změny výšky hladiny v nádrži z výšky cca 20 cm na cca 5 cm pro šest hodnot ovládacího signálu v pracovním rozsahu, vypočtěte průtočnou plochu a metodou nejmenších čtverců určete parametry kvadratické závislosti plochy na hodnotě ovládacího signálu ventilu. Měření doby změny hladiny proveďte formou skriptu.*
5. O provedeném řešení vypracujte protokoly, jejichž součástí bude
  - a. *tabulka měřených hodnot pro přepočet frekvence na výšku hladiny, parametry přepočtu a kalibrační křivka pro každou nádrž* (Protokol o kalibraci čidel hladiny)
  - b. *tabulka měřených hodnot pro přepočet ovládacího signálu čerpadla na přítok do první nádrže, parametry přepočtu a kalibrační křivka* (Protokol o měření charakteristiky čerpadla)
  - c. *tabulka měřených hodnot pro přepočet ovládacího signálu ventilu na jeho průtočnou plochu, parametry přepočtu a kalibrační křivka pro každý ventil* (Protokol o měření charakteristiky ventilů)

## 2 Popis laboratorního zařízení



Obr. 1 Schéma zařízení, zdroj autor

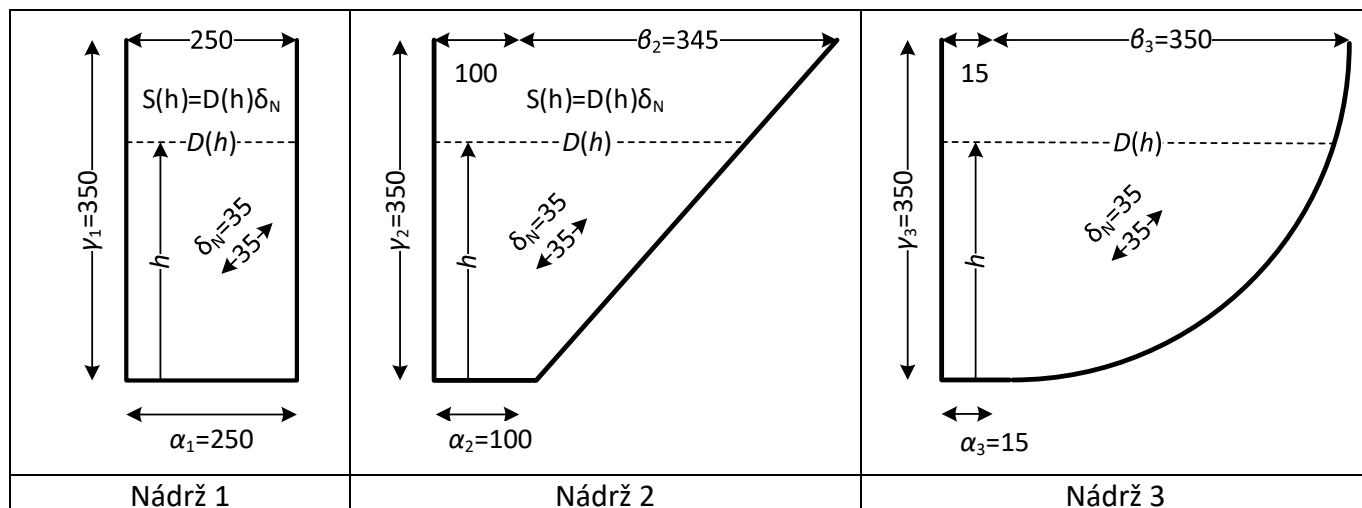
### 2.1 Popis zařízení

Laboratorní zařízení Multi Tank (viz obr. 1) se skládá ze tří nádrží, sběrné nádrže a čerpadla. Výška hladiny v každé nádrži je měřena pomocí čidla hydrostatického tlaku, jehož napěťový výstup je převeden na frekvenci. Každá nádrž má ve dně dva vypouštěcí ventily – jeden je ovládán ručně a otevření druhého je možno ovládat. Také průtok čerpadlem dopravující kapalinu ze sběrné nádrže do první nádrže je možné ovládat. Ovládání příkonu čerpadla a otevření vypouštěcích ventilů nádrží je realizováno PWM signálem.

Signály z čidel výšky hladin a silové ovládání čerpadla a ventilů jsou připojeny na napájecí a silovou jednotku, která se zapíná kolébkovým spínačem umístěným nad přívodem síťového napětí. Kromě síťového vypínače je potřeba jednotku zapnout tlačítkem na čelním panelu.

Měření frekvence v rozsahu cca 2 – 5 kHz odpovídající výšce hladin v nádržích a generování signálu pro ovládání příkonu čerpadla a solenoidových ventilů zajišťuje řídicí jednotka, která zapíná se posuvným přepínačem na čelním panelu. PWM signál je generován na základě řídicího signálu v rozsahu  $0 \leq o \leq 1$  jak pro čerpadlo, tak i pro ventily. Řídicí jednotka zajišťuje také ochranu před přetečením. Pro každou nádrž je přednastavena hodnota maximální frekvence  $f_{STOP}$  signálu čidla hladiny při jejímž překročení dojde k přechodu do stavu blokace, tj. vypnutí čerpadla a zavření všech vypouštěcích ventilů. K odblokování (řídicí jednotka začne realizovat nastavené hodnoty ovládacích signálů) dojde až v situaci, že měřené frekvence všech čidel hladin klesnou pod přednastavenou minimální hodnotu  $f_{OK}$ . Řídicí jednotka je propojena plochým kabelem se silovou jednotkou a komunikuje s PC přes rozhraní USB 2.0.

Všechny nádrže mají obdélníkový průřez s konstantní hloubkou 35 mm. Šířka nádrže 2 (prostřední) a nádrže 3 (dolní) se s výškou nádrže mění. Každá nádrž má stupnici pro vizuální odečet výšky hladiny. Rozměry nádrží jsou uvedeny na obr. 2.



Obr. 2 Geometrické rozměry nádrží, zdroj autor

## 2.2 Komunikace s řídicí jednotkou, měření a ovládání z MATLABu

Po připojení řídicí jednotky kabelem k libovolnému USB portu počítače a instalaci ovladačů USB komunikace je možné číst měřené hodnoty a nastavovat ovládací signály. Z prostředí MATLAB je pro vyčtení aktuálního stavu řídicí jednotky potřeba soubor `tank_usb2_get.mexw64` a pro nastavení nových hodnot ovládacích signálů soubor `tank_usb2_set.mexw64`. Oba soubory musí být dostupné z příkazového řádku MATLABu (např. umístěné v aktuálním adresáři nebo jejich umístění musí být uvedeno v adresářích MATLABu – Set Path).

Funkce `tank_usb2_get` vrací strukturu obsahující informace o aktuálním stavu připojeného zařízení. V celém dokumentu je použita konvence o indexech označujících nádrže taková že index 1 označuje horní nádrž a index 3 nádrž dolní. Pozor na to, že pořadí měřených frekvencí je obrácené k pořadí ovládacích signálů otevření ventilů.

V případě, že řídicí jednotka není připojena, je vypsané chybové hlášení a položky s informacemi o stavu zařízení jsou nulové

```
MT=tank_usb2_get
Can not find RT-DAC/USB2 board!!!
MT =
  struct with fields:
    Status: -2
    BitstreamVersion: 0
    PWMwidth: [0 0 0 0 0 0]
    PWMMode: [0 0 0 0 0 0]
    PWMPrescaler: [0 0 0 0 0 0]
    Frequency: [0 0 0 0 0]
    SafetyMax: [0 0 0 0 0]
    SafetyMin: [0 0 0 0 0]
    SafetyFlag: [0 0 0 0 0]
    SafetyAlert: 0
```

V případě, že řídicí jednotka je připojena, položky vracené struktury obsahují aktuální stav zařízení

```
MT=tank_usb2_get
MT =
  struct with fields:
    Status: 0
    BitstreamVersion: 1289
    PWMwidth: [0 0 0 0 0 0]
    PWMMode: [0 0 0 0 0 0]
    PWMPrescaler: [0 0 0 0 0 0]
    Frequency: [2487 2576 2501 0 0]
    SafetyMax: [4200 4200 4200 4200 4200]
    SafetyMin: [4050 4050 4050 4050 4050]
    SafetyFlag: [1 1 1 1 1]
    SafetyAlert: 0
```

Záporná hodnota položky Status indikuje nějaký problém. Hodnoty v položkách SafetyMax a SafetyMin jsou hodnoty frekvencí čidel hladiny jednotlivých nádrží použité pro ochranu před přetečením, tj. pro blokování a odblokování.

Položka Frequency obsahuje aktuální měřené frekvence čidel hladin v jednotlivých nádržích v pořadí  $[f_1 \ f_2 \ f_3 \ 0 \ 0]$ . Měřené frekvence jsou v rozsahu od cca 2 kHz do cca 5 kHz.

Položka PWMwidth obsahuje aktuálně nastavené hodnoty ovládacích signálů čerpadla  $p$  a ventilů  $o_i$  jednotlivých nádrží v pořadí  $[p \ o_3 \ o_2 \ o_1 \ 0]$  – pozor na obrácené pořadí nádrží oproti měření hladin.

Funkce `tank_usb2_set`, která má jako parametr výše uvedenou strukturu, nastaví ovládací signály na hodnoty uvedené v položce PWMwidth. V případě, že vše proběhlo normálně je návratová hodnota 0. Záporná hodnota indikuje chybu. Např. hodnota -1 je vrácena v případě, že řídicí jednotka není připojena. Ovládaná veličina (průtok do horní nádrže, výtok ventily nádrží) je nenulová až od hodnoty ovládacího signálu větší než cca 0.5.

Další informace k významu položek struktury viz dokumentaci k laboratornímu zařízení.

Následující ukázka demonstruje vyčtení aktuálního stavu, zápis hodnot ovládacích signálů a výpis měřených frekvencí a skutečně nastavených hodnot ovládacích signálů

```
% vyčtení aktuálního stavu do struktury MT
MT=tank_usb2_get;           % vyčti aktuální stav
if MT.Status~=0           % při chybě konec
    disp("Chyba komunikace"); return;
```

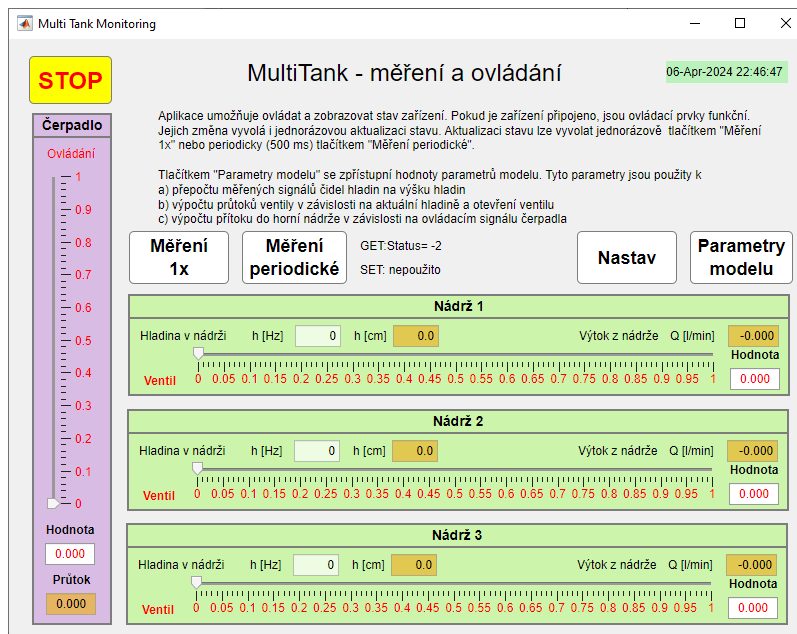
## Laboratorní zařízení Multi Tank

```

end
f1=MT.Frequency(1);           % frekvence čidla nádrže č.1 (horní)
f2=MT.Frequency(2);           % frekvence čidla nádrže č.2 (prostření)
f3=MT.Frequency(3);           % frekvence čidla nádrže č.3 (dolní)
fprintf("Frekvence (Hz): f1=%5d f2=%5d f3=%5d\n", f1, f2, f3)
% nastavení ovládacích signálů
p =0.6;                         % čerpadlo na 60%
v1=1.0;                         % ventil nádrže č.1 100% (plně otevřen)
v2=0.75;                        % ventil nádrže č.2 75%
v3=0.0;                         % ventil nádrže č.3 0% (plně zavřen)
MT.PWMWidth(1:4)=[p, v3, v2, v1]; % aktualizace struktury MT
stav=tank_usb2_set(MT);          % požadavek na nastavení ovládacích signálů
if stav~=0                       % kontrola přenosu požadavku
    disp("Chyba nastavení")      % informace o chybě
else
    MT=tank_usb2_get;            % vyčti aktuální stav (skutečně nastavené)
    fprintf("Čerpadlo:%5.2f V3:%5.2f V2:%5.2f V1:%5.2f\n", MT.PWMWidth(1:4))
end

```

Průběžné sledování aktuálního stavu zařízení a jeho ovládání umožňuje aplikace MT43.mlapp (spustitelná z prostředí MATLAB) jejíž printscreen je na obr. 3



Obr. 3 Printscreen aplikace MT43.mlapp, zdroj autor

## 3 Matematický model zařízení

### 3.1 Vytvoření matematického modelu nádrže

Popis dynamického chování (matematický model) celého zařízení dle obr. 1 vychází z popisu chování jednotlivých nádrží. Obecný popis každé nádrže – závislost výšky hladiny na přítoku a parametrech nádrže – vychází z její bilance. Pro případ nestlačitelné kapaliny s konstantní hustotou je možné pracovat s objemovou bilancí (1) tj. „přítok do nádrže se rovná odtoku z nádrže vytékající plus změna objemu v nádrži (akumulace)“

$$Q_{in} = Q_{ou} + \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

kde  $Q_{in}$   $m^3 \cdot s^{-1}$  objemový průtok na vstupu  
 $Q_{ou}$   $m^3 \cdot s^{-1}$  objemový průtok na výstupu  
 $V$   $m^3$  objem nádrže

Výtok z nádrže  $Q_{ou}$  závisí při stejném tlaku nad hladinou a pod výtokovým otvorem pouze na výšce sloupce hladiny  $h$  nad výtokovým otvorem a na ploše  $s_{ou}$  výtokového otvoru podle zjednodušeného (Toricelliho<sup>1</sup>) vztahu

$$Q_{ou} = s_{ou}v_{ou} = s_{ou}\sqrt{2gh} \quad (2)$$

kde  $s_{ou}$  m<sup>2</sup> plocha výtokového otvoru  
 $v_{ou}$  m.s<sup>-1</sup> výtoková rychlost  
 $g$  m.s<sup>-2</sup> gravitační zrychlení  
 $h$  m výška hladiny

Objem  $V$  nádrže s proměnným průřezem  $S(h)$  v závislosti na výšce hladiny  $h$ , lze vyjádřit jako

$$V(h) = \int_0^h S(h)dh \quad (3)$$

Derivaci objemu dle času je nutno řešit jako derivaci složené funkce, tj.

$$\frac{d}{dt} V(h(t)) = \frac{\partial V}{\partial h} \frac{dh}{dt} = S(h) \frac{dh}{dt} \quad (4)$$

Rovnice (1) popisující chování nádrže s proměnnou plochou v závislosti na výšce hladiny  $S(h)$  pak je

$$Q_{in} = s_{ou}\sqrt{2gh} + S(h) \frac{dh}{dt} \quad (5)$$

Pro jednotlivé nádrže je možné plochu  $S(h)$  konkretizovat na základě jejich geometrie dle Obr. 2. Nádrže mají stejnou hloubku  $\delta_N$  a, kromě nádrže 1, šířku  $D$  závislou na výšce hladiny  $h$ .

$$\text{Nádrž 1 – konstantní průřez:} \quad S(h) = D\delta_N = \alpha_1\delta_N \quad (6)$$

$$\text{Nádrž 2 – proměnný průřez:} \quad S(h) = D(h_2)\delta_N = \left(\alpha_2 + \frac{\beta_2}{\gamma_2}h_2\right)\delta_N \quad (7)$$

$$\text{Nádrž 2 – proměnný průřez:} \quad S(h) = D(h_3)\delta_N = \left(\alpha_3 + \sqrt{\beta_3^2 - (\beta_3 - h_3)^2}\right)\delta_N \quad (8)$$

Matematický model v standardním tvaru

Osamostatníme-li derivaci v rovnici (5) a označíme, že výtoková plocha je funkcí otevření ventilu, dostaneme popis chování zařízení ve standardním tvaru

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= \frac{Q_{in} - Q_1}{\alpha_1\delta_N} & Q_1 &= s_1(o_1)\sqrt{2gh_1} \\ \frac{dh_2}{dt} &= \frac{Q_1 - Q_2}{\left(\alpha_2 + \frac{\beta_2}{\gamma_2}h_2\right)\delta_N} & Q_2 &= s_2(o_2)\sqrt{2gh_2} \\ \frac{dh_3}{dt} &= \frac{Q_2 - Q_3}{\left(\alpha_3 + \sqrt{\beta_3^2 - (\beta_3 - h_3)^2}\right)\delta_N} & Q_3 &= s_3(o_3)\sqrt{2gh_3} \end{aligned} \quad (9)$$

kde  $Q_{in}(p)$  m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> přítok do první nádrže závislý na charakteristice čerpadla  
 $h_i(t)$  m výška hladiny v i-té nádrži  
 $Q_i(t)$  m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup> výtok z i-té nádrže  
 $s_i(o_i)$  m<sup>2</sup> průtočná plocha ventilu i-té nádrže závislá na charakteristice ventilu

<sup>1</sup> Evangelista Torricelli, (15. října 1608, Řím – 25. října 1647, Florencie) italský fyzik a matematik,

### 3.2 Charakteristika čerpadla

Průtok čerpadlem, odpovídající přítoku  $Q_{in}$  do první nádrže, je závislý na ovládacím signálu  $0 \leq p \leq 1$  a výtlačné výšce. Výtlačná výška je konstantní, a proto budeme uvažovat pouze závislost na ovládacím signálu, tj.  $Q_{in}(p)$ . Charakteristiku čerpadla budeme aproximovat kvadratickou závislostí průtoku  $Q_{in}$  na ovládacím signálu  $p$ , tj.

$$Q_{in}(p) = ap^2 + bp + c \quad (10)$$

kde  $a, b, c$  parametry charakteristiky čerpadla

### 3.3 Charakteristika výtokového ventilu

Průtok ventilem, odpovídající výtoku z nádrže  $Q$ , je závislý na ovládacím signálu ventilu  $0 \leq o \leq 1$  (ovlivňujícím průtočnou plochu ventilem  $s$ ) a výšce hladiny  $h$  (tlakovém spádu) podle vztahu (2) tj.  $Q_{ou}(o, h) = s(o)\sqrt{2gh}$ . Závislost průtočné plochy ventilu  $s$  budeme aproximovat kvadratickou závislostí na ovládacím signálu  $o$ , tj.

$$s_i(o) = d_i o^2 + e_i o + f_i \quad (11)$$

kde  $d_i, e_i, f_i$  parametry závislosti průtočné plochy  $i$ -té nádrže

## 4 Určení neznámých parametrů

Kromě známých geometrických rozměrů nádrží se v modelu vyskytují další neznámé parametry – parametry charakteristiky čidla hladiny (závislost výšky hladiny na signálu čidla), charakteristiky čerpadla (závislost průtoku na řídicím signálu) a charakteristiky jednotlivých ventilů (závislost průtoku ventilem na řídicím signálu a výšce hladiny). Hodnoty těchto parametrů je potřeba určit experimentálně tj. z měření provedených na zařízení.

### 4.1 Určení parametrů charakteristiky čidla výšky hladiny

Výška hladiny v nádržích je měřena prostřednictvím hydrostatického tlaku, který je měřen čidly s frekvenčním výstupem. Frekvence signálu čidla je lineárně závislá na měřeném tlaku, tj. výška hladiny  $h$  je lineárně závislá na frekvenci  $f$ .

$$h(f) = a_i f + b_i \quad (12)$$

kde  $a_i, b_i$  parametry přepočtu čidla  $i$ -té nádrže

Pro čidlo každé nádrže je potřeba provést kalibraci měření hladiny, tj. najít parametry přepočtu (12). S využitím aplikace MT43 se každá nádrž se napustí na minimálně 5 úrovní hladiny rovnoměrně rozložených mezi minimální a maximální měřitelnou výškou hladiny, výška hladiny se odečte vizuálně z měřítka na nádrži. Odpovídající frekvence se odečte v aplikaci. Ze známých hladin a odpovídajících frekvencí se metodou nejmenších čtverců určí parametry přepočtu čidla každé nádrže.

#### Pokyny pro zpracování

*Změřené hodnoty zapište do příslušných tabulek v Protokolu o kalibraci čidel hladiny, dopočítejte parametry přepočtů frekvence na hladinu a vykreslete kalibrační křivky dle vzoru*

### 4.2 Určení parametrů charakteristiky čerpadla

Pro změření průtoku čerpadlem se využije znalost rozměrů nádrže 1 respektive možnost určit objem  $V$  vody v nádrži ze znalosti výšky hladiny  $h$ .

$$V(h) = Sh \quad (13)$$

Hodnotu průtoku  $Q$  při konstantní hodnotě ovládacího signálu  $p$  určíme ze znalosti času  $t$ , za který nateče známý objem  $V$  určený ze změny hladiny v horní nádrži z výšky  $h_1$  na  $h_2$ .

$$Q(p) = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \alpha_1 \delta_N \frac{h_2 - h_1}{t_2 - t_1} \quad (14)$$

Pro měření změny hladiny a odpovídajícího času se použije skript MATLABu, který po spuštění nastaví hodnotu ovládacího signálu čerpadla, změří počáteční hladinu  $h_1$ , a zahájí měření času. Po dosažení očekávané hladiny změří aktuální hladinu  $h_2$ , dobu napouštění a vypne čerpadlo. Pro určení výšky hladiny se použijí výsledky kalibrace čidel výšky hladiny. Před spuštěním skriptu musí být hladina v nádrži menší než očekávaná hladina. Pro nastavení výchozího stavu využijte aplikaci MT43 a ruční vypouštěcí ventily.

```
% vzor skriptu pro měření doby napouštění nádrže 1 (horní)
p = ???; % nastavení hodnoty ovládacího signálu
a = ???; b = ???; % parametry kalibrace čidla hladiny v nádrži 1
hf=@(f) a*f+b; % přepočítání frekvence na hladinu
%% příprava na zahájení měření =====
MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
if MT.Status~=0,disp("Chyba měření"); return; end % konec skriptu
MT.PWMwidth(1)=p; % nastav ovládací signál čerpadla
stav=tank_usb2_set(MT); % požadavek na nastavení čerpadla
if stav~=0,disp("Chyba měření"); return; end % konec skriptu
pause(3) % počkej 3 s na ustálení průtoku
%% zahájení měření =====
MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
h1=hf(MT.Frequency(1)); % aktuální hladina v nádrži 1 (horní)
h =h1; start=tic; % počáteční stav (h1, t1)
while (h<0.2) % opakuj dokud je hladina menší než 0.2
    MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
    h =hf(MT.Frequency(1)); % aktuální hladina v nádrži 1 (horní)
    pause(0.05) % počkej 50 ms
end
%% ukončení měření hladina 0.2 dosažena =====
MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
h2=hf(MT.Frequency(1)); % aktuální hladina v nádrži 1 (horní)
dt=toc(start); % vyčti čas od startu (t2-t1)
MT.PWMwidth(1)=0; % nastav ovládací signál čerpadla vypnuto
stav=tank_usb2_set(MT); % požadavek na nastavení čerpadla
```

Ze změřených průtoků pro šest hodnot ovládacího signálu  $p$  uvedených v Protokolu o měření charakteristiky čerpadla se metodou nejmenších čtverců určí parametry rovnice charakteristiky (10).

#### Pokyny pro zpracování

Změřené hodnoty zapište do Protokolu o měření charakteristiky čerpadla, dopočítejte parametry přepočtu ovládacího signálu na přítok do horní nádrže a vykreslete kalibrační křivku dle vzoru. Pro lepší představu průtok v grafu uveďte v litrech za minutu.

#### 4.3 Průtok ventilem a plocha výtokového otvoru

Průtok  $Q$  ventilem závisí na jeho průtočné ploše (závislé na ovládacím signálu ventilu  $o$ ) a tlakovém spádu (rozdílu tlaků před a za ventilem), tj. v případě otevřené nádrže na hydrostatickém tlaku odpovídajícím výšce hladiny  $h$  nad ventilem

$$Q(o, h) = s(o) \sqrt{2gh} \quad (15)$$

Aktuální průtočnou plochu  $s_i(o)$  ventilu (charakteristika ventilu) lze spočítat ze znalosti popisu chování nádrže (5) a času, za který klesne hladina v nádrži z výšky  $h_1$  na výšku  $h_2$  při nulovém přítoku. Časový vývoj výšky hladiny  $h$  v nádrži o průřezu  $S(h)$  při nulovém přítoku  $Q_{in}=0$  popisuje diferenciální rovnice, ze které lze po vhodné úpravě a integrování získat vztah pro výpočet průtočné plochy (16)

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-s(o)\sqrt{2gh}}{S(h)} \quad - \frac{S(h)}{\sqrt{2gh}} dh = s(o) dt \quad - \int_{h_1}^{h_2} \frac{S(h)}{\sqrt{2gh}} dh = \int_{t_1}^{t_2} s(o) dt$$

Vzhledem k tomu že  $h_1 > h_2$  lze výsledný obecný vztah pro určení průtočné plochy  $s$  zapsat jako



$$s(o) = \frac{\int_{h_2}^{h_1} \frac{S(h)}{\sqrt{2gh}} dh}{t_2 - t_1} \quad (16)$$

Konkrétně pro jednotlivé nádrže

Nádrž 1 – konstantní průřez	Nádrž 2 – proměnný průřez	Nádrž 3 – proměnný průřez
$s_1 = \frac{\alpha_1 \delta_N}{t_2 - t_1} \int_{h_2}^{h_1} \frac{1}{\sqrt{2gh}} dh$	$s_2 = \frac{\delta_N}{t_2 - t_1} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\alpha_2 + \frac{\beta_2}{\gamma_2} h}{\sqrt{2gh}} dh$	$s_3 = \frac{\delta_N}{t_2 - t_1} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\alpha_3 + \sqrt{\beta_3^2 - (\beta_3 - h)^2}}{\sqrt{2gh}} dh$

Za předpokladu kvadratické závislosti průtočné plochy ventilu  $s$  na ovládacím signálu, je charakteristika ventilu popsána rovnicí (11)

Čas změny hladiny ve vybrané nádrži se určí pomocí skriptu MATLABu, který po spuštění nastaví hodnotu ovládacího signálu ventilu a změří výchozí (horní) hladinu  $h_1$  a zahájí měření času. Při dosažení (dolní) hladiny  $h_2$  změří dobu vypouštění a uzavře ventil. Pro určení hladiny se použijí výsledky kalibrace čidel výšky hladiny. Před spuštěním skriptu musí být hladina v nádrži větší než hladina  $h_1$ . Pro nastavení výchozího stavu využijte aplikaci MT43 a ruční vypouštěcí ventily.

```
% vzor skriptu pro měření doby vypouštění nádrže 1 (horní)
o = ???; % nastavení hodnoty ovládacího signálu
a = ???; b = ???; % kalibrace čidla hladiny v nádrži 1
hf=@(f) a*f+b; % přepočítání frekvence na hladinu
%% příprava na zahájení měření =====
MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
if MT.Status~=0,disp("Chyba měření"); return; end % konec skriptu
MT.PWMwidth(4)=o; % nastav ovládací signál ventilu 1
stav=tank_usb2_set(MT); % požadavek na nastavení ventilu
if stav~=0,disp("Chyba měření"); return; end % konec skriptu
%% zahájení měření =====
MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
h1=hf(MT.Frequency(1)); % aktuální hladina v nádrži 1 (horní)
h =h1; start=tic; % počáteční stav (h1, t1)
while (h>0.05) % opakuj dokud je hladina větší než 0.05
    MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
    h =hf(MT.Frequency(1)); % aktuální hladina v nádrži 1 (horní)
    pause(0.05) % počkej 50 ms
end
%% ukončení měření hladina 0.2 dosažena =====
MT=tank_usb2_get; % vyčtení aktuálního stavu
h2=hf(MT.Frequency(1)); % aktuální hladina v nádrži 1 (horní)
dt=toc(start); % vyčti čas od startu
MT.PWMwidth(4)=0; % nastav ovládací signál ventilu zavřeno
stav=tank_usb2_set(MT); % požadavek na nastavení ventilu
```

Časy vypouštění se určí pro šest hodnot ovládacího signálu  $o$  uvedených v Protokolu o měření charakteristiky ventilu. Pro každý ventil se ze změřených časů metodou nejmenších čtverců určí parametry rovnice charakteristiky (11).

Upozornění – při otevření se solenoidové ventily zahřívají a otevření ventilu závisí, kromě hodnoty ovládacího signálu, také na teplotě cívky.

#### Pokyny pro zpracování

Pro každý ventil запиšte změřené hodnoty do Protokolu o měření charakteristiky ventilů, dopočítejte plochu a parametry přepočtu ovládacího signálu na plochu ventilu a vykreslete kalibrační křivku dle vzoru. Pro lepší představu hodnoty plochy v grafu uveďte v milimetrech čtverečných.

**Protokol o kalibraci čidel hladiny**

Datum: DD.MM.RRRR

Jméno: xxxxxxxxxxxx

**Nádrž 1 – horní**

Měření: hladina= .Frequency(1) ventil= .PWMWidth(4)

Přepočít frekvence  $f$  (Hz) na hladinu  $h$  (m):  $h(f) = a_1 f + b_1$ 

Hladina (m)	0.245	0.17	0.13	0.10	0.04
Frekvence (Hz)	4151	3628	3334	3120	2686
Parametry	$a_1=1.3975e-04$		$b_1=-0.3359$		

**Nádrž 2 – prostřední**

Měření: hladina= .Frequency(2) ventil= .PWMWidth(3)

Přepočít frekvence  $f$  (Hz) na hladinu  $h$  (m):  $h(f) = a_2 f + b_2$ 

Hladina (m)	0.215	0.18	0.12	0.07	0.04
Frekvence (Hz)	4156	3881	3434	3057	2839
Parametry	$a_2=1.3301e-04$		$b_2=-0.3370$		

**Nádrž 3 – dolní**

Měření: hladina= .Frequency(3) ventil= .PWMWidth(2)

Přepočít frekvence  $f$  (Hz) na hladinu  $h$  (m):  $h(f) = a_3 f + b_3$ 

Hladina (m)	0.235	0.18	0.12	0.07	0.04
Frekvence (Hz)	4138	3728	3295	2934	2718
Parametry	$a_3=1.3753e-04$		$b_3=-0.3335$		

**Protokol o měření charakteristiky čerpadla**

Datum: DD.MM.RRRR

Jméno: xxxxxxxxxxxx

**Charakteristika čerpadla**

Měření: hladina= .Frequency(1) čerpadlo= .PWMWidth(1)

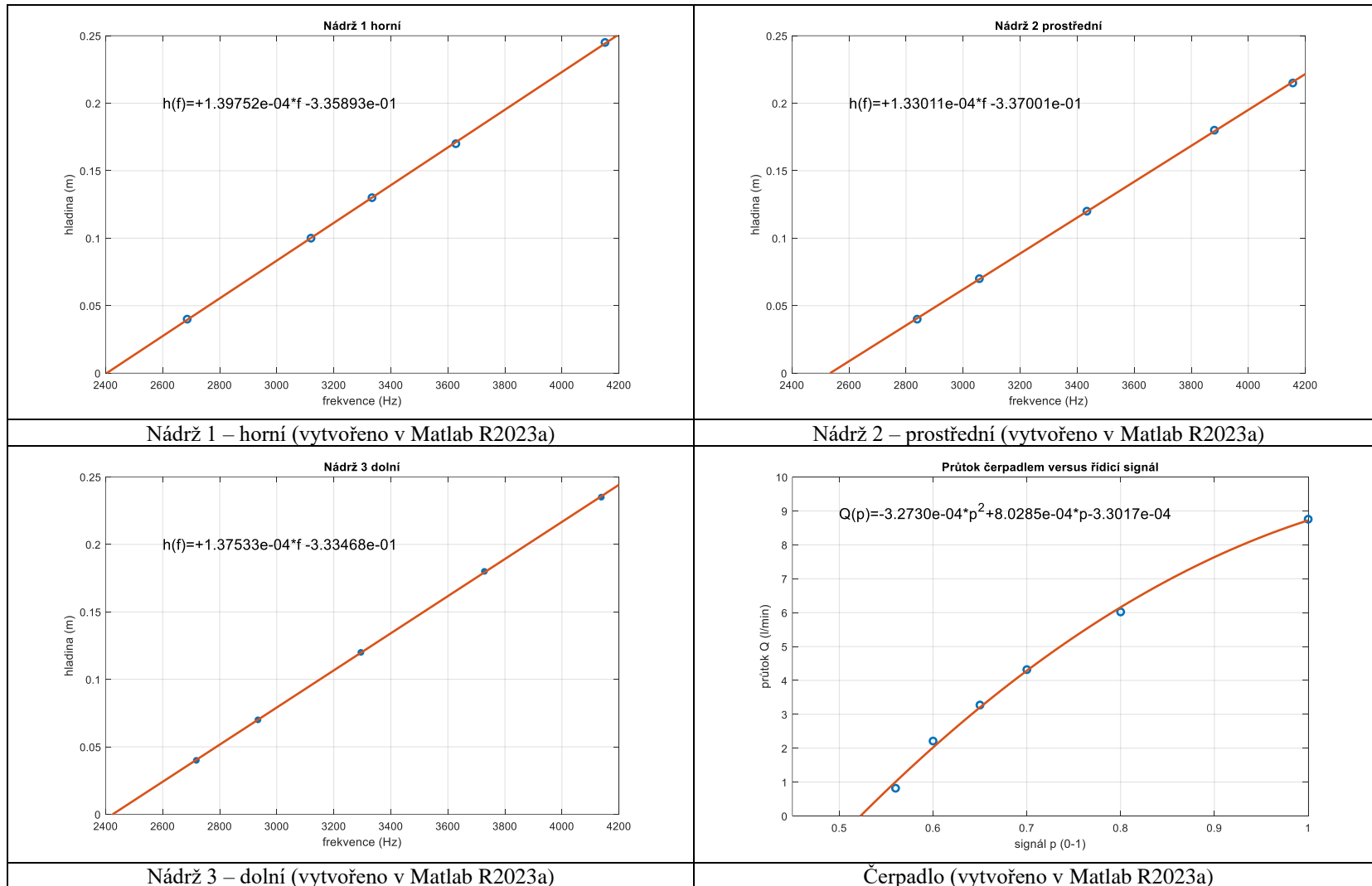
Konstantní průřez nádrž 1:  $S = \alpha_1 \delta_N$   $\delta_N=0.035$   $\alpha_1=0.25$ Přepočít ovládacího signálu  $0 \leq p \leq 1$  na průtok ventilem  $Q$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$$Q(p) = ap^2 + bp + c \quad Q = \alpha_1 \delta_N \frac{h_2 - h_1}{t}$$

Ovládání $p$	1.00	0.80	0.70	0.65	0.60	0.56
$\Delta h = h_2 - h_1$ (m)	0.1005	0.1140	0.1221	0.1317	0.1332	0.1447
$\Delta t = t_2 - t_1$ (s)	6.00	9.94	14.84	21.12	31.63	92.62
$Q$ ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) e-03	0.1459	0.1003	0.0720	0.0546	0.0369	0.0137
Parametry	$a = -0.3273e-03$		$b = 0.8028e-3$		$c = -0.3302e-03$	

## Laboratorní zařízení Multi Tank

### Kalibrační křivky pro čidla hladin a čerpadlo



## Protokol o měření charakteristiky ventilů

Datum: DD.MM.RRRR

Jméno: xxxxxxxxxxxx

### Nádrž 1 – horní

Konstantní průřez:  $S(h) = \alpha_1 \delta_N$

Rozměry (m):  $\delta_N=0.035$   $\alpha_1=0.25$

Měření: hladina= .Frequency(1) ventil= .PWMWidth(4)

Přepočítání ovládacího signálu  $0 \leq o \leq 1$  a výšky hladiny  $h$  (m) na průtok ventilem  $Q$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$$Q(o, h) = s_1(o) \sqrt{2gh} \quad s_1(o) = d_1 o^2 + e_1 o + f_1 \quad s_1(o) = \frac{\delta_N}{\Delta t} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\alpha_1}{\sqrt{2gh}} dh$$

Otevření o (-)	1.0	0.9	0.8	0.75	0.70	0.65
Hladina $h_1$ (m)	0.199	0.201	0.201	0.202	0.202	0.201
Hladina $h_2$ (m)	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
Čas $\Delta t$ (s)	53.7	68.5	86.4	111.0	253.2	719.3
Plocha $s(o)$ ( $\text{mm}^2$ )	16.326	12.939	10.285	8.0205	3.5177	1.2326
Parametry	$d_1 = -7.7627\text{e-}05$		$e_1 = 1.7092\text{e-}04$		$f_1 = -7.7234\text{e-}05$	

### Nádrž 2 – prostřední

Proměnný průřez:  $S(h) = \left( \alpha_2 + \frac{\beta_2}{\gamma_2} h \right) \delta_N$

Rozměry (m):  $\delta_N=0.035$   $\alpha_2=0.100$   $\beta_2=0.345$   $\gamma_2=0.350$

Měření: hladina= .Frequency(2) ventil= .PWMWidth(3)

Přepočítání ovládacího signálu  $0 \leq o \leq 1$  a výšky hladiny  $h$  (m) na průtok ventilem  $Q$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$$Q(o, h) = s_2(o) \sqrt{2gh} \quad s_2(o) = d_2 o^2 + e_2 o + f_2 \quad s_2(o) = \frac{\delta_N}{t_2 - t_1} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\alpha_2 + \frac{\beta_2}{\gamma_2} h}{\sqrt{2gh}} dh$$

Otevření o (-)	1.0	0.9	0.8	0.75	0.70	0.65
Hladina $h_1$ (m)	0.198	0.199	0.200	0.201	0.200	0.201
Hladina $h_2$ (m)	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
Čas $\Delta t$ (s)	36.7	41.1	52.8	67.0	92.0	163.2
Plocha $s(o)$ ( $\text{mm}^2$ )	20.3865	18.4265	14.3359	11.3721	8.2880	4.6820
Parametry	$d_2 = -9.6146\text{e-}05$		$e_2 = 2.0387\text{e-}04$		$f_2 = -8.7283\text{e-}05$	

### Nádrž 3 – dolní

Proměnný průřez:  $S(h) = \left( \alpha_3 + \sqrt{\beta_3^2 - (\beta_3 - h)^2} \right) \delta_N$

Rozměry (m):  $\delta_N=0.035$   $\alpha_3=0.015$   $\beta_3=0.350$

Měření: hladina= .Frequency(3) ventil= .PWMWidth(2)

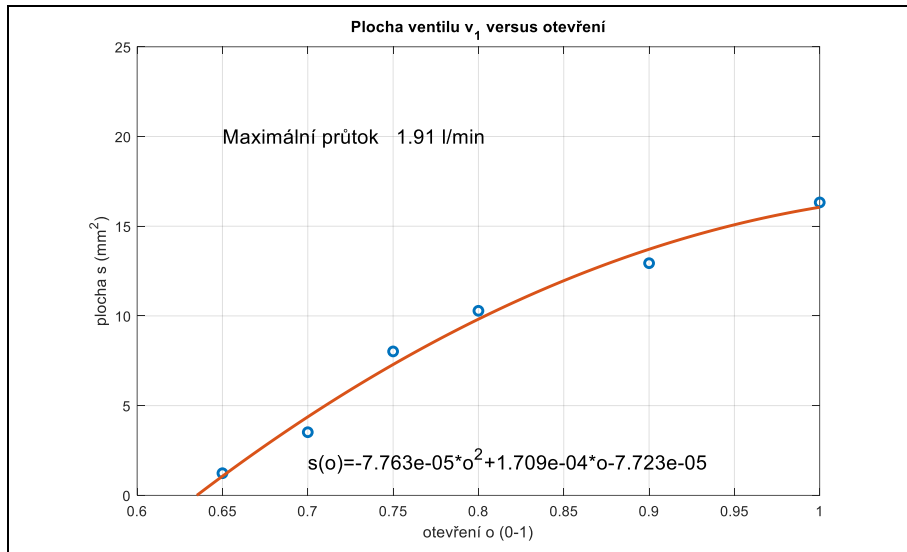
Přepočítání ovládacího signálu  $0 \leq o \leq 1$  a výšky hladiny  $h$  (m) na průtok ventilem  $Q$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$$Q(o, h) = s_3(o) \sqrt{2gh} \quad s_3(o) = d_3 o^2 + e_3 o + f_3 \quad s_3(o) = \frac{\delta_N}{t_2 - t_1} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\alpha_3 + \sqrt{\beta_3^2 - (\beta_3 - h)^2}}{\sqrt{2gh}} dh$$

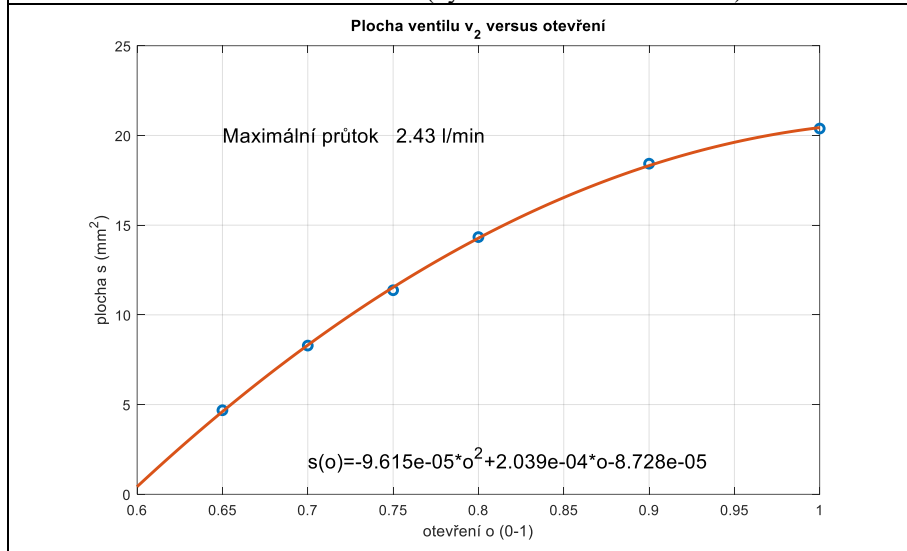
Otevření o (-)	1.0	0.9	0.8	0.75	0.70	0.65
Hladina $h_1$ (m)	0.215	0.217	0.218	0.219	0.219	0.219
Hladina $h_2$ (m)	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050	0.050
Čas $\Delta t$ (s)	53.7	67.9	79.2	108.1	137.4	170.3
Plocha $s(o)$ ( $\text{mm}^2$ )	19.3431	15.4918	13.2839	9.8282	7.7160	6.2352
Parametry	$d_3 = -0.2108\text{e-}04$		$e_3 = 0.7271\text{e-}04$		$f_3 = -0.3240\text{e-}04$	

# Laboratorní zařízení Multi Tank

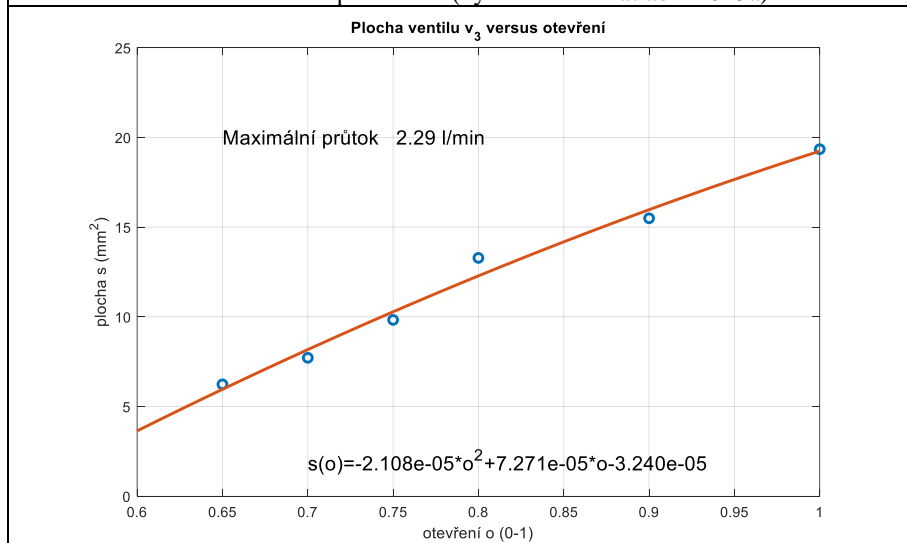
## Kalibrační křivky pro ventily



Ventil nádrž 1 – horní (vytvořeno v Matlab R2023a)



Ventil nádrž 2 – prostřední (vytvořeno v Matlab R2023a)



Ventil nádrž 3 – dolní (vytvořeno v Matlab R2023a)

Vytvořeno v rámci projektu **Studijní program Automatizace (SPAUT)**  
na **Univerzitě Pardubice**, reg. č. NPO\_UPCE\_MSMT-16591/2022.

Toto dílo podléhá licenci Creative Commons BY 4.0. Pro zobrazení licenčních podmínek navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>.



Financováno  
Evropskou unií  
NextGenerationEU



Národní  
plán  
obnovy



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY